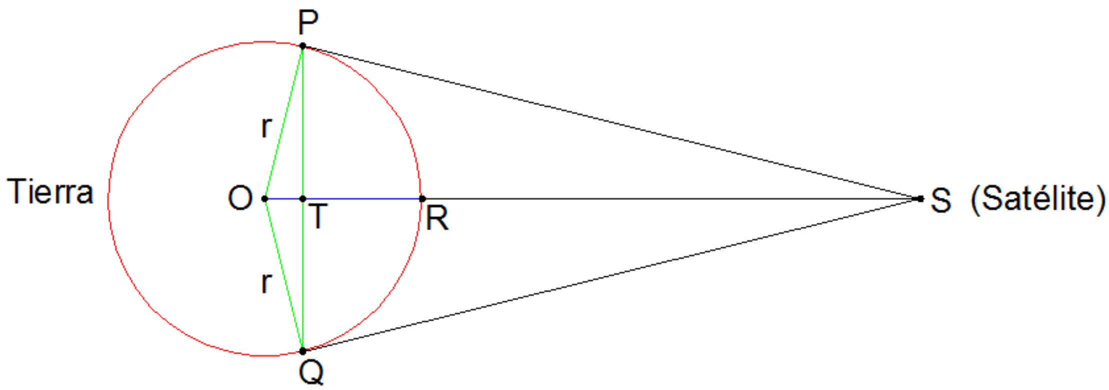
Problema No. 1

¿Qué porcentaje de la superficie terrestre puede observar un satélite de navegación de la constelación NAVSTAR GPS que orbita a 20,200 km sobre la superficie terrestre? Asuma que el planeta Tierra tiene una forma esférica.

Solución:



Para iniciar sea S la posición del satélite en el espacio y P y Q dos puntos en el horizonte terrestre (véase figura de arriba). Los ángulos OPS y OQS miden 90°.

Sea también r = radio de la Tierra = 6,378 km = OP = OQ =OR

Y OS = SR+OR = 20,200 + 6,378 = 26,578 km

De la figura podemos ver que los triángulos PTO y PST son semejantes.

Entonces

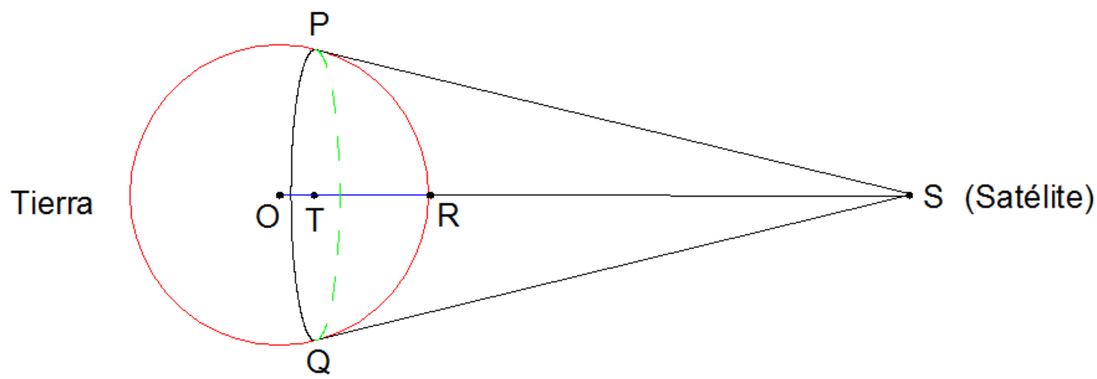
$OT/OP = OP/OS \rightarrow OT = OP*OP/OS = OP^2/OS = (6{,}378)^2/(26{,}578) = 1{,}530.55$ km.

También tenemos que RT = OR-OT = 6,378-1,530.55 = 4,847.45 km.

La superficie que el satélite puede observar es la de un casquete esférico (véase figura de abajo) cuya superficie está dada por la ecuación Sce = 2*π*r*RT.

Introduciendo valores:

$Sce = 2*\pi*(6{,}378)*(4{,}847.45) = 194\ 257\ 467\ km^2$



La superficie total de la Tierra tiene un valor de St = $4*\pi*r^2 = 4*\pi*(6,378)^2$ = 511 185 932.50 km^2

Por lo que el porcentaje de la superficie de la Tierra que el satélite puede observar es el cociente que se obtiene de la relación:

Sce/St = **38%.**

El satélite tiene una cobertura visual del 38% de la superficie de la Tierra.

Problema No. 2

¿Qué diámetro debe tener un objeto a una altura H desde el suelo para tapar el Sol?

Solución:

Sea ø el diámetro angular o ángulo subtendido por el Sol desde la Tierra. Este ángulo es un valor muy conocido en astronomía y tiene un valor de 0.53º = 31´ 48”.

Sea RS = d = diámetro del objeto buscado a una altura H del suelo. La situación se esquematiza en las figuras siguientes.

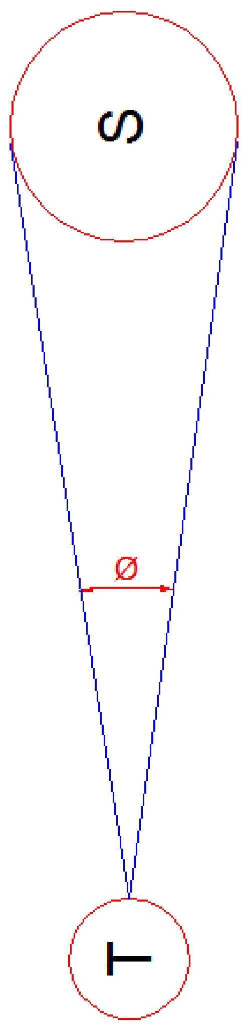


Fig. 1

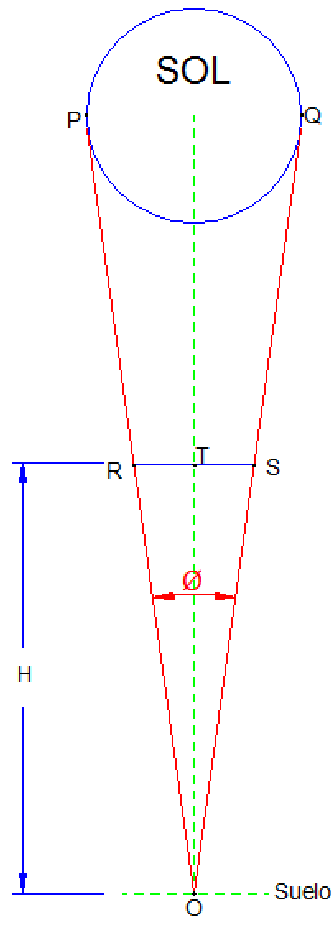


Fig. 2

De la fig. 2 tenemos que tan (ø/2)= RT/TO = RT/H =d/2/H

De donde

d = 2Htan (ø/2)

A continuación una tabla donde se muestra el diámetro de un objeto colocado a distintas alturas H del suelo.

H(metros)	d(metros))
100	0.9250
200	1.8501
300	2.7751
400	3.7001
500	4.6252
1000	9.2503
2000	18.5006

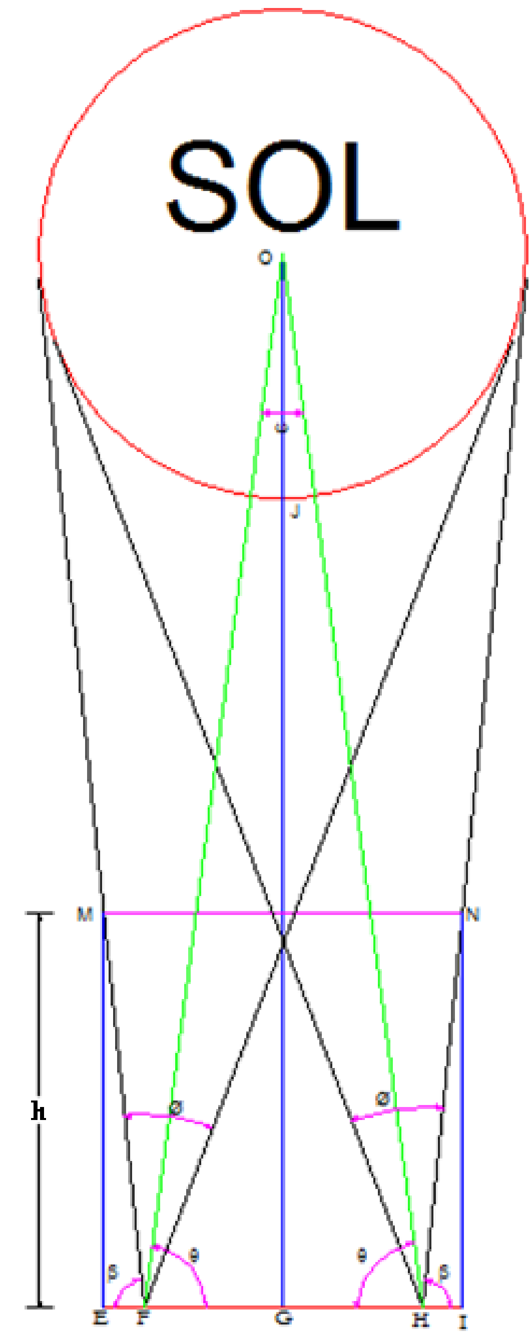
Un objeto situado a 2000 m del suelo, por ejemplo, debe tener un diámetro de 18.5006 m para tapar el Sol.

Problema No. 3

¿Qué diámetro debe tener un objeto situado a 5 km de altura sobre la Tierra para causar un eclipse de Sol dentro de un área circular que tenga un diámetro de 1 km?

Solución:

Lo primero que haremos es hacer un dibujo donde se representen todas las variables involucradas.



SOL
O
J
M
N
h
Ø
Ø
β
θ
θ
β
E
F
G
H
I

En la figura tenemos los siguientes datos conocidos:

Ø = diámetro angular del Sol = 0. 53º = 0º31´48”. Este ángulo se forma según la visual que se generan con las líneas desde los puntos F y H hacia el horizonte solar.

FH = 1km = 1000 m

OJ = Radio del Sol = 0.6957 x10^6 km

JG = Distancia de la Tierra al Sol = 149.6 x 10^6 km

OG = OJ+JG = Distancia de la Tierra al Sol + Radio Solar = 150.2957 x 10^6 km

Sea MN = Diámetro del objeto que colocado a una altura h tapa el Sol para cualquier observador colocado dentro de un círculo con un diámetro de 1 km.

Sea ω = el ángulo bajo el cual se vería, desde el centro del Sol, la zona circular de 1 km de diámetro ubicada sobre la Tierra.

En el Δ OFH:

$\omega + \theta + \theta = 180º$

Luego $\theta = (180º - \omega)/2$

La línea FH ≈ arco FH = $2*\pi*OG*\ \omega/360º$

$1 = 2*\pi*150.2957*10^6\ *\omega/360º$

$\omega = 0.00140”$

Así que $\theta = 90º$.

En la figura también puede verse que

$\theta + ø/2 + \beta = 180º$

De donde $\beta = 180º - (ø/2 + \theta) = 89.735º$.

Asimismo, en la figura tenemos que

$\tan\beta = ME/EF = NI/IH = h/x$

$x = h/\tan\beta$

También EI = MN=EF+FH+HI = x+ 1000+x = 1000 + 2x = D

Finalmente

$D = 1000 + 2x = 1000 + 2 * h/\tan\beta$

En la tabla siguiente se muestran los diámetros que debe tener un objeto situado a varias alturas para tapar el Sol para un observador situado dentro de un círculo con un diámetro de 1 km.

h(metros)	D = 1000+2*h/tanβ (metros)
1000	1009.2503
2000	1018.5006
3000	1027.7509
4000	1037.0012
5000	1046.2516

El objeto situado a 5 km del suelo debe tener un diámetro de 1046.2516 m.