

# Mecánica del sonido: columnas oscilantes de aire "Tubos de órgano"

C. De León<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Fac. De Ciencias Físico-Matemáticas  
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

11 de Mayo del 2006 / Sem. La Tertulia, Morelia.



# Lo que se verá

## 1 Introducción

- Una pequeña reseña histórica
- Componentes
- Generalidades del sonido
  - El sonido del órgano

## 2 Mecánica del sonido

- Columnas oscilantes de aire
  - Espectros
  - Armónicos y espectro
  - Mezcla de sonidos
  - Ejemplos de otros espectros
- Riqueza del instrumento

## 3 Ecuaciones relacionadas

- Ecuaciones y significado físico
- Análisis de las frecuencias
- Fourier: En el órgano

# Guía

## 1 Introducción

- Una pequeña reseña histórica
- Componentes
- Generalidades del sonido
  - El sonido del órgano

## 2 Mecánica del sonido

- Columnas oscilantes de aire
  - Espectros
  - Armónicos y espectro
  - Mezcla de sonidos
  - Ejemplos de otros espectros
- Riqueza del instrumento

## 3 Ecuaciones relacionadas

- Ecuaciones y significado físico
- Análisis de las frecuencias
- Fourier: En el órgano



# HISTORIA DEL ÓRGANO

## ¿Qué es un órgano?

- Es inventado cerca del 200 A. C.
- Su funcionamiento es a base de aire.
- El aire pasa a través de una serie de mecanismos hasta llegar a un cilindro con ciertas propiedades tales que el aire comienza a oscilar con sus características propias.
- El órgano tuvo su mayor desarrollo entre los siglos XIV y XVII.
- El órgano buscó imitar los sonidos de una orquesta tratando de igualar a todos los instrumentos que hay en ella.



# Guía

## 1 Introducción

- Una pequeña reseña histórica
- **Componentes**
- Generalidades del sonido
  - El sonido del órgano

## 2 Mecánica del sonido

- Columnas oscilantes de aire
  - Espectros
  - Armónicos y espectro
  - Mezcla de sonidos
  - Ejemplos de otros espectros
- Riqueza del instrumento

## 3 Ecuaciones relacionadas

- Ecuaciones y significado físico
- Análisis de las frecuencias
- Fourier: En el órgano



# HISTORIA DEL ÓRGANO

## Componentes del órgano

Básicamente podemos decir que el órgano tiene:

- Organista → quien lo toca.
- Aire a un volumen dado y presión dada.
- Tubos de distintas geometrías:
  - Longitudes
  - Formas
  - Diámetros
- Diferentes formas de producción de sonido.



Introducción

Mecánica del sonido

Ecuaciones relacionadas

Conclusiones

Breviario

Componentes

Generalidades del sonido

# El órgano



# Guía

## 1 Introducción

- Una pequeña reseña histórica
- Componentes
- **Generalidades del sonido**
  - El sonido del órgano

## 2 Mecánica del sonido

- Columnas oscilantes de aire
  - Espectros
  - Armónicos y espectro
  - Mezcla de sonidos
  - Ejemplos de otros espectros
- Riqueza del instrumento

## 3 Ecuaciones relacionadas

- Ecuaciones y significado físico
- Análisis de las frecuencias
- Fourier: En el órgano



# Producción del sonido

El sonido, independientemente del instrumento ó fuente que lo produzca, es simplemente una perturbación de un medio elástico, al igual que cuando la hoja de un árbol o una "piedrita" golpean el agua en un lago; el medio, en este ejemplo es el agua y las perturbaciones se ven en forma de pequeñas "olitas". De igual forma pasa con el sonido, para el caso que nos interesa la perturbación se hace al aire.



# Sonidos en el órgano

Por su naturaleza el órgano tiene una gran variedad de sonidos que pueden o no mezclarse entre sí. A esto se le llama **riqueza armónica** o también conocida como **superposición**. Pero en el lenguaje musical simplemente se le conoce como **registración**. La **registración** no es más que la selección de sonidos, con ciertas cualidades que a criterio del músico -organista- se adaptan mejor a la impresión que la obra requiere.



## Riqueza del órgano

El órgano en sus inicios no tenía un **desarrollo armónico** muy grande, de hecho era muy limitado a solo unos pocos tipos de sonidos distintos.

- Flauta de pico
- Flauta de pan

Lo que hacía que su repertorio fuera pobre o muy simple, aunado a que la mecánica ó acción del "teclado" era muy complicada y difícil de manipular.

Con lo anterior solo podía tenerse una limitada gama de sonidos: Flauta de pico sola ó flauta de pan sola ó flauta de pico + flauta de pan



# Sonido en el órgano

El sonido en un tubo de órgano se genera de la siguiente forma:

- Aire comprimido → se abre una válvula [presionan una tecla]
- entra el aire a una presión dada al tubo
- inicia a oscilar la columna de aire dentro del tubo.



# Formas del sonido

Podemos representar al sonido con una ecuación de onda, pero antes de eso, empíricamente se seguían ciertas reglas para generar la "riqueza armónica":

- Tubos anchos → Sonidos "aflautados"
- Tubos medianos → Sonidos "Principales"
- Tubos estrechos → Sonidos de "Cuerdas"

Y entre estas divisiones existen subdivisiones que modifican sensiblemente el resultado sonoro, es decir, habrá tubos que tienen sonido de un tipo de flauta ó de un tipo en especial de cuerdas.



# Registros

A la anterior división y catalogación de los tipos de sonidos se les llama **Registros**, entonces el organista buscará mezclar según su experiencia o mediante indicaciones previas del compositor a estos registros, con ello lo que está haciendo es simplemente una **superposición de ondas**. Dependiendo de la forma en que haga esto habrá resonancia con ciertas frecuencias y/o anulación de otras, así obtendrá el sonido característico de la obra.



# Tamaños

Además de la forma del sonido, también está asociado un rango de frecuencias a cada registro y este está ligado al tamaño de los tubos del órgano, es decir, si un tubo es muy pequeño en relación a la altura, el sonido es más agudo y si es muy alto el sonido será más grave. Y viene dada de la siguiente forma:

$$\nu = \frac{C}{2l}$$

Donde  $\nu$  es la frecuencia,  $C$  es la velocidad del sonido en condiciones normales,  $l$  es la longitud del tubo.



# Frecuencias

Lo anterior es aplicable para encontrar la frecuencia fundamental de una columna de longitud  $l$  de aire, es decir, si nos olvidamos del desarrollo armónico por un momento, la ecuación anterior puede decirnos cual es la **frecuencia dominante** de un tubo, sin importar si es un registro de cuerdas o de flautas.



# Intensidad

Así como le hemos asociado a cada tubo un tipo de onda y una frecuencia ahora nos falta asociarle una intensidad, que tan "fuerte" suena, para ello necesitamos conocer como incrementar o disminuir la amplitud de la onda sonora que genera el tubo del órgano. Y para ello existen varios factores, pero dominan principalmente dos:

- La **Presión** con que el aire entra al tubo.
- El tamaño de la boca del tubo

El asunto comienza a complicarse aquí, porque ambos factores también influyen en el desarrollo armónico del tubo, existen umbrales de la presión que no solo incrementan la amplitud de la onda también incrementan el número de armónicos que no necesariamente se buscan.



# Tubos



En esta imagen puede verse el detalle de un tubo, a continuación se explican sus partes

# Control



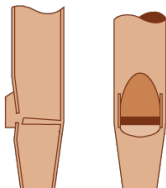
# Guía

- 1 **Introducción**
  - Una pequeña reseña histórica
  - Componentes
  - Generalidades del sonido
    - El sonido del órgano
- 2 **Mecánica del sonido**
  - **Columnas oscilantes de aire**
    - Espectros
    - Armónicos y espectro
    - Mezcla de sonidos
    - Ejemplos de otros espectros
  - Riqueza del instrumento
- 3 **Ecuaciones relacionadas**
  - Ecuaciones y significado físico
  - Análisis de las frecuencias
  - Fourier: En el órgano



## Mecánica de las columnas de aire.

Cuando el aire es soplado a través de la entrada de un tubo de órgano, el aire en el tubo vibra, de modo que hay pequeños aumentos y disminuciones alternantes en la densidad del aire. La distancia de separación que existe entre las condensaciones o refracciones es la longitud de onda. Si el tubo es "abierto" en ambos extremos, la densidad del aire en ambos extremos debe ser igual; mientras que la densidad del aire dentro del tubo puede variar por encima o debajo de la densidad externa; con lo que se genera el sonido.

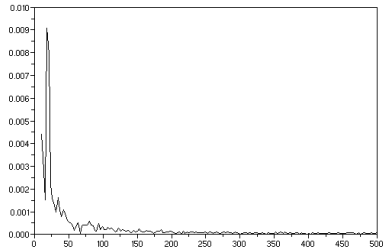
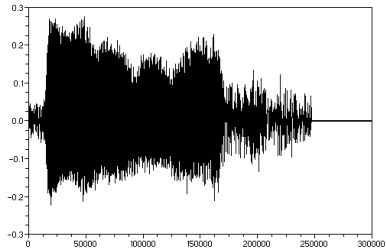


## Espectro del tubo

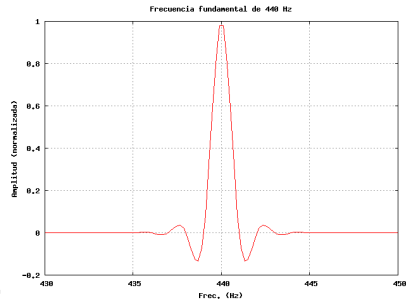
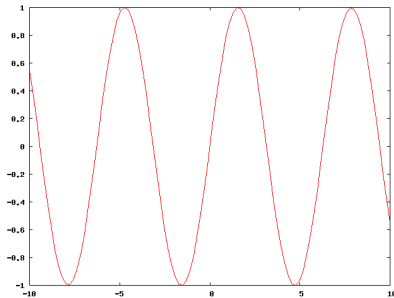
Si nosotros analizamos el espectro de un tubo "ideal" que produce una frecuencia determinada, lo que esperamos de ver es que la **Transformada discreta de Fourier** mediante el algoritmo de Fast Fourier Transform (por su siglas en inglés FFT) que están bien trabajadas en el FFTPACK de las rutinas en fortran -por ejemplo- muestra solamente el primer armónico o nota fundamental sin frecuencias parásitas.



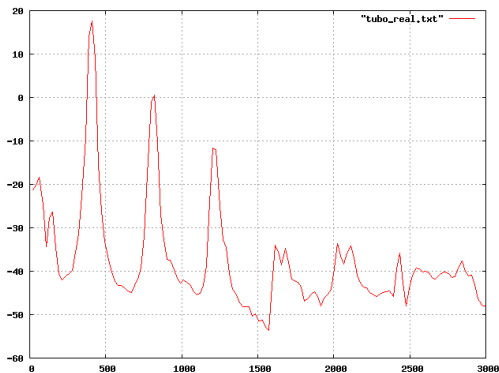
# Onda "sampleada" a 440 Hz



# Fundamental



## Un solo tubo -real



En la figura se muestra el espectro de **un solo tubo** de organo, que intenta parecerse a la fundamental, en el ejemplo este tubo es llamado **principal** porque su desarrollo armónico, a pesar de no ser puro, el desarrollo armónico que presenta queda bien definido.



# Suma de armónicos

Cuando un organista "suma" registros enriquece cierta gama de armónicos, de hecho cuando cualquier músico interpreta la música realmente lo que está haciendo al tocar ciertas notas ya sea de manera simultánea (armonía) o notas solas en secuencia (melodía), modifica "sobre la marcha" el desarrollo armónico, tal como el compositor lo dejó plasmado en la partitura, aunque este hecho tiene poco que ver con la física ya que el proceso creativo es meramente estético, sí puede ser explicado con la física.

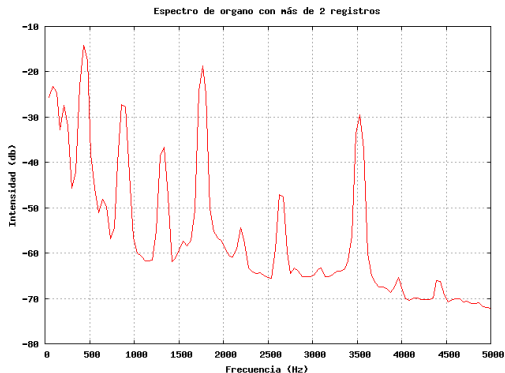


# Suma de armónicos

En el proceso de superposición de ondas existen algunas frecuencias que son anuladas y otras enriquecidas; cuando un músico genera o toca un acorde está realmente superponiendo 2 o más ondas; por ejemplo, el intervalo en el cual intervienen las notas Do-Sol simultáneamente podemos observar el siguiente desarrollo.



## Espectro de 2 registros



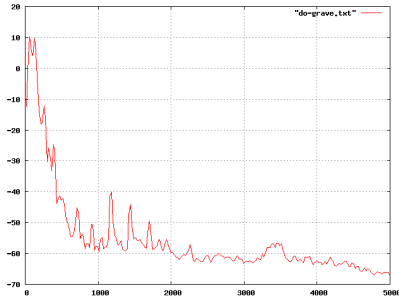
De manera análoga, si solo se toca una nota pero en esta ocasión se incrementa el número de registros en el órgano a dos. (Esto es decir que al presionar 1 sola tecla suenan **simultaneamente** 2 tubos de diferentes características)

# Resultantes

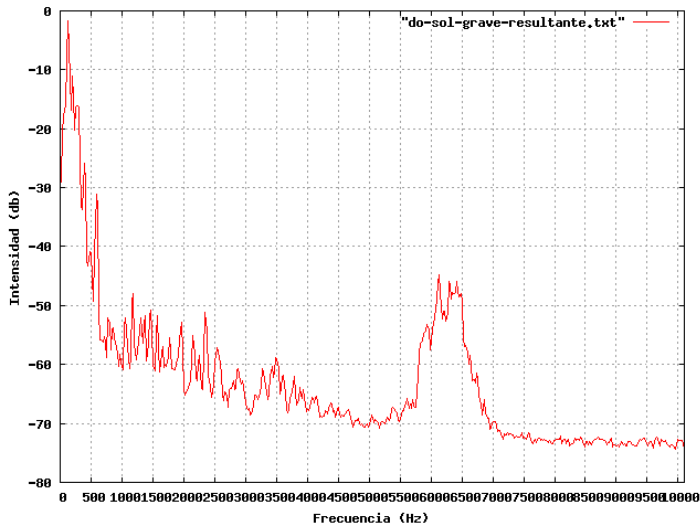
Hasta ahora hemos visto algunos ejemplos de los espectros de los tubos de órgano en algunas situaciones simples, pero ahora es indispensable hacer notar como la combinación de ciertas frecuencias pueden generar resonancia en frecuencias que aisladas no tenían relevancia. Para ello mostraremos 2 ejemplos graves [frecuencias bajas] y luego las superponemos.



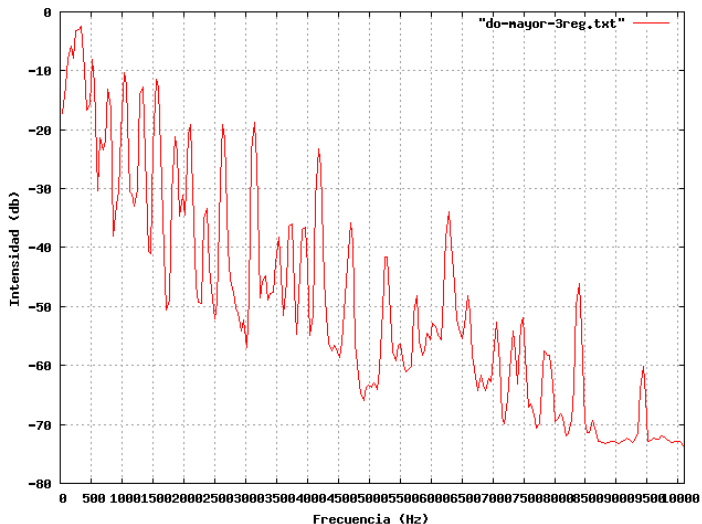
# Resultantes



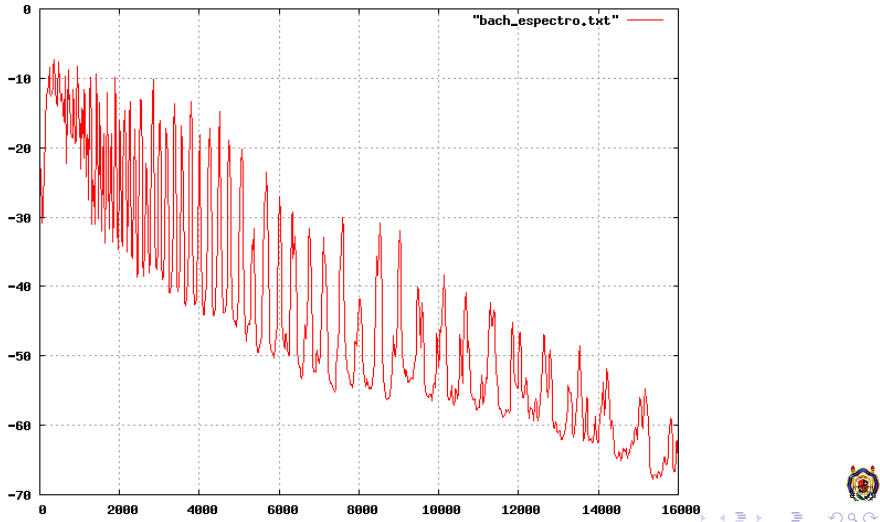
# Do Grave + Sol Grave = Resultante



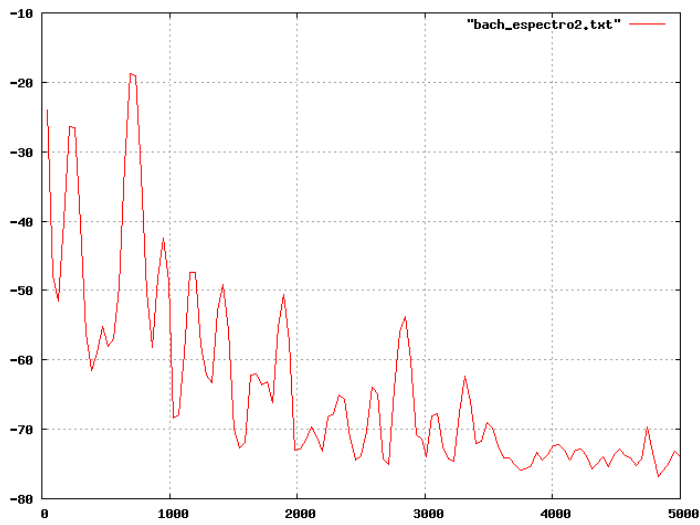
# Acorde de 7 notas Do Mayor 2 registros



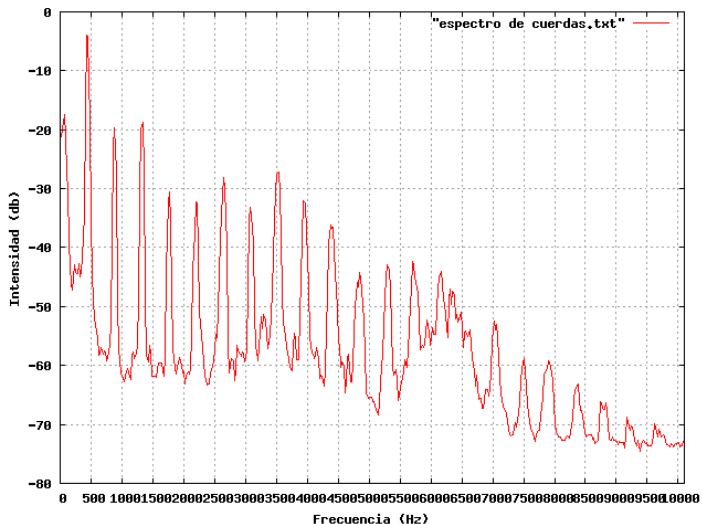
# Espectro de un organo con varios registros



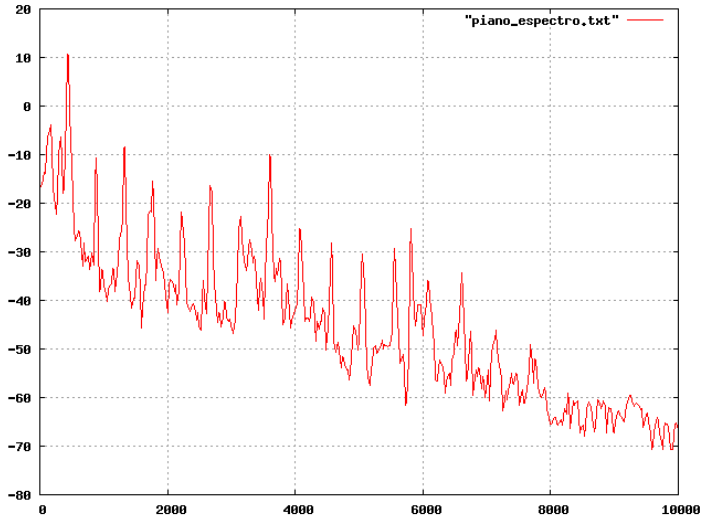
# Espectro de registros suaves aflautados



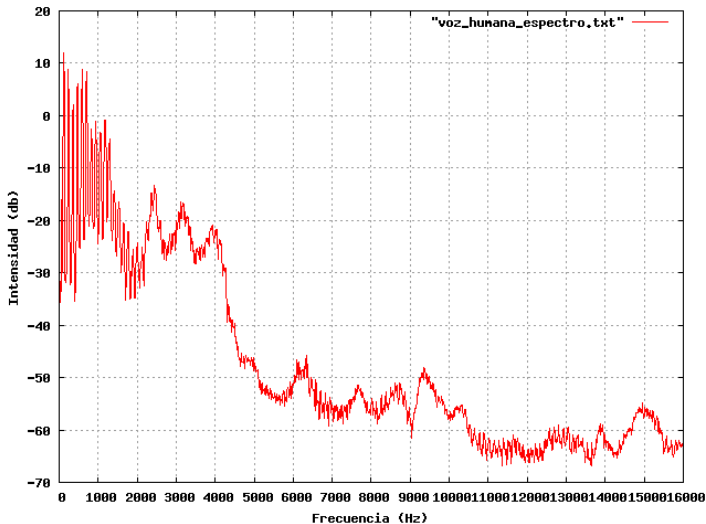
# Espectro de las cuerdas de orquesta



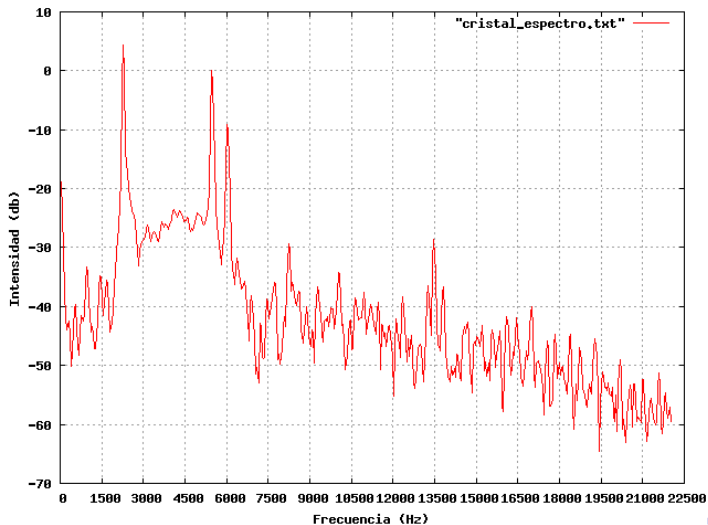
# Espectro de piano



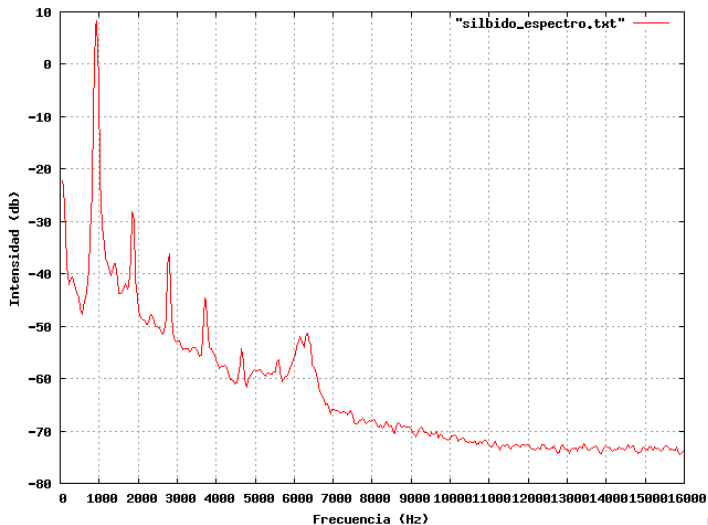
# Espectro de la voz humana



# Espectro de un cenicero de cristal



# Espectro de un silbido



# Guía

- 1 **Introducción**
  - Una pequeña reseña histórica
  - Componentes
  - Generalidades del sonido
    - El sonido del órgano
- 2 **Mecánica del sonido**
  - Columnas oscilantes de aire
    - Espectros
    - Armónicos y espectro
    - Mezcla de sonidos
    - Ejemplos de otros espectros
  - **Riqueza del instrumento**
- 3 **Ecuaciones relacionadas**
  - Ecuaciones y significado físico
  - Análisis de las frecuencias
  - Fourier: En el órgano

# Características generales

- Existen órganos que tienen desde un par de registros hasta cientos de ellos.
- El número de teclados puede ser desde uno hasta inclusive siete teclados.
- Cada teclado puede tener desde unas 20 teclas hasta 80 siendo 61 el número "estandar"
- Un órgano puede o no tener pedalero **teclado que se toca con los pies**
- Si es el caso el pedalero puede tener hasta 32 notas



## Convecciones de la dispocisión

Surge una pregunta de lo anterior ¿Por que hay tantas "chivas" que controlar por una sola persona?, parcialmente puede constestarse, también de lo anterior:

- Cada registro tiene su desarrollo armónico: al sumar registros se enriquece este desarrollo.
- Al tener muchos registros las posibilidades de enriquecimiento y manipulación armónica se incrementa.
- Para cada teclado se asigna un subconjunto de registros del conjunto total de los existentes en el órgano.
  - Cada teclado tiene características especiales de desarrollo
  - El pedal, por ejemplo, se encarga de las frecuencias más bajas y/o oscuras



# Ejemplo de organista



# Guía

- 1 **Introducción**
  - Una pequeña reseña histórica
  - Componentes
  - Generalidades del sonido
    - El sonido del órgano
- 2 **Mecánica del sonido**
  - Columnas oscilantes de aire
    - Espectros
    - Armónicos y espectro
    - Mezcla de sonidos
    - Ejemplos de otros espectros
  - Riqueza del instrumento
- 3 **Ecuaciones relacionadas**
  - Ecuaciones y significado físico
  - Análisis de las frecuencias
  - Fourier: En el órgano



# La ecuación de onda

Al trabajar con sonido, las ecuaciones que describen a las columnas oscilantes en el caso ideal son suficientemente simples, tanto que en el caso ideal podemos modelarla solo con senos y cosenos, no tomemos en cuenta por el momento la densidad del aire, materiales de construcción ni las geometrías del tubo que contiene al aire.

$$P = A \cos(\omega t - kx + \delta)$$

Ciertamente en el caso real no podemos despreciar las variables anteriores por los siguientes factores.



# Factores que influyen en el desarrollo del sonido en las columnas de aire

- El medio que perturbamos es el aire, tenemos que tomar en cuenta su densidad
- Dentro del tubo habrá reflexiones que dependen de:
  - El material del tubo
  - Geometría del tubo
  - Modificadores del tubo -si es abierto o cerrado-
  - Incidencia de la lámina de aire que inicia la oscilación
- Presión del aire con el que se genera el sonido
- Cantidad de aire con el que se genera el sonido



## Efecto "camotero"

Como ejemplo para demostrar el desarrollo armónico en "tiempo real", es el "tubo del camotero". El "tubo del camotero" es simplemente un tubo muy similar al de un órgano, salvo que es construido de manera empírica y de materiales cotidianos. Se genera vapor en el carrito del camotero, se incrementa la presión del vapor, el vapor -cuando se le ocurre al camotero abrir la válvula para liberar la presión del vapor- llega al tubo de camotero y conforme el camotero incrementa el flujo del vapor el tubo comienza a sonar, pero como la presión y cantidad de aire aumenta, la columna de aire comienza a oscilar en diversos modos, tal como una cuerda; su intensidad aumenta y recorre una gama tremenda de armónicos, hasta que la oscilación cesa porque la presión es tan grande que el aire dentro del tubo ya no puede oscilar...



# Suma de sonidos

Vimos con anterioridad que los registros del organo tienen asociados sus respectivos desarrollos armónicos, tomemos a cada registro como una ecuación de onda -sin importar el desarrollo armónico- para simplificar el cálculo, entonces al sumarlas podemos hacer lo siguiente:

$$P_{total} = \sum_{j=1}^n \operatorname{Re}[A_j e^{i\omega_j t}] = \sum_{i=1}^n A_i \cos(\omega_i t + \phi)$$



## Suma de registros

Pero si ahora contemplamos el asunto de que cada registro tiene un desarrollo armónico podemos escribir, sin pérdida de generalidad:

$$\alpha = \sum_{k=1}^m B_k \cos(\omega_{\alpha k} t_{\alpha} + \phi_{\alpha})$$

Donde  $\alpha$  es el registro en mención.



## Suma de registros

De lo anterior no es difícil ver que si hacemos un pequeño cambio de variable en la ecuación, haciendo:

$$P_{total} = \sum_{i=1}^n \alpha_i$$

$$P_{total} = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m (B_k \cos(\omega_{\alpha k} t_{\alpha} + \phi_{\alpha}))_i$$

Con esto se puede generalizar la suma de los registros en un órgano y el resultado armónico total.



# Guía

- 1 **Introducción**
  - Una pequeña reseña histórica
  - Componentes
  - Generalidades del sonido
    - El sonido del órgano
- 2 **Mecánica del sonido**
  - Columnas oscilantes de aire
    - Espectros
    - Armónicos y espectro
    - Mezcla de sonidos
    - Ejemplos de otros espectros
  - Riqueza del instrumento
- 3 **Ecuaciones relacionadas**
  - Ecuaciones y significado físico
  - **Análisis de las frecuencias**
  - Fourier: En el órgano



# Fourier

De lo anterior, podemos la utilidad de Fourier para explicar el desarrollo armónico de un órgano, empleando el teorema de Fourier -para el caso discreto- [Nota: numéricamente obtendremos imprecisiones para calcular FFT ya que aparece un Fenómeno llamado de Gibbs, el cual muestra la limitante de los métodos discretos para calcular FFT en el caso continuo ]

## Theorem

*Toda función periódica continua, con un número finito de máximos y mínimos en cualquier período, puede desarrollarse en una única serie trigonométrica uniformemente convergente a dicha función.*



# Fourier

$$f(t) = A_1 e^{(i\omega_1 t)} + A_2 e^{(i\omega_2 t)} + A_3 e^{(i\omega_3 t)} + \dots$$

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{(i\omega_n t)}$$

Donde  $A_n \in \mathbb{C}$  se le llama **coeficiente de Fourier**



# Fourier

Debido a que la función  $f(t)$  es periódica de periodo  $T$ , se puede demostrar que los armónicos también han de serlo. Esto implica que las frecuencias  $\omega_n$  solo pueden ser las siguientes:

$$\omega_n = 0, \frac{2\pi}{T}, \frac{4\pi}{T}, \dots$$

Desarrollando lo anterior nos queda:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{i\frac{2\pi n t}{T}}$$



# Coeficientes de Fourier

Con desarrollo y algo de talacha podemos calcular los  
**Coeficientes de Fourier**

$$A_m = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{\left(\frac{-i2\pi mt}{T}\right)} dt$$



# Guía

- 1 **Introducción**
  - Una pequeña reseña histórica
  - Componentes
  - Generalidades del sonido
    - El sonido del órgano
- 2 **Mecánica del sonido**
  - Columnas oscilantes de aire
    - Espectros
    - Armónicos y espectro
    - Mezcla de sonidos
    - Ejemplos de otros espectros
  - Riqueza del instrumento
- 3 **Ecuaciones relacionadas**
  - Ecuaciones y significado físico
  - Análisis de las frecuencias
  - **Fourier: En el órgano**



## Para el análisis en el órgano

Todo el **fabuloso** análisis de Fourier nos ha servido para conocer el desarrollo armónico de un órgano, entender de manera más clara su comportamiento, pero lo curioso del asunto es:

- Hace 2000 años no existía Fourier
- Hece 300 años Tampoco existía Fourier y el sonido de los órganos encuentra un máximo en los constructores de órganos y estéticamente es bello
- Hace 100 años no había herramientas computacionales para hacer el análisis de Fourier.



## Para el análisis en el órgano

- Actualmente, con un micrófono y una computadora y casi cualquier tipo de software con las rutinas de FFT es posible realizar en cuestión de segundos el análisis.
- Lo más curioso es que al someter al análisis instrumentos de hace 300 ó 100 años de antigüedad podemos encontrar que el resultado armónico, que empíricamente querían obtener los constructores de órganos es sorprendentemente bueno.
  - Si querían imitar flautas el tubo construido tiene un desarrollo **similar** al de la flauta
  - Si querían imitar un Cello el tubo generaba un sonido como el de un cello.



# Conclusiones

- En la actualidad el análisis de Fourier y la mecánica del sonido sirve para dar control de calidad al sonido de diversos instrumentos en especial el órgano
- La experiencia y empirismo en la estética del sonido no pueden igualarse con los métodos de construcción y análisis modernos. ¿?
- La matemática, la física, los métodos numéricos están profundamente relacionados a los instrumentos musicales porque pueden ser explicados muy bien, en especial un instrumento como el órgano.



# Conclusiones

- En el órgano solo nos enfocamos, en esta charla, a mostrar como se construyen las registraciones y como es la mecánica de su sonido, de manera breve; aünado a ello, existen más matemáticas y más física: La acción mecánica del órgano, la generación y compresión del aire, el diseño e ingeniería de partes, la tecnología de la madera, acústica de recintos cerrados, arquitectura, obviamente la música, diseño de los efectos especiales del instrumentos: trémolo, pajaritos, tambores, campanitas... etc

